УДК 519.2:530.1:600.1

ЭВОЛЮЦИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ТЕОРИИ ГИПЕРСЛУЧАЙНЫХ ЯВЛЕНИЙ

И.И. Горбань
Институт проблем математических машин и систем НАН Украины
e-mail: igor.gorban@yahoo.com

1. Введение

Одним из удивительнейших *физических феноменов* является *феномен статистической устойчивости массовых явлений*, проявляющийся при больших объемах выборки в стабильности *статистик* (функций выборки).

В настоящее время известно две теории, описывающие этот феномен: классическая *теория вероятностей*, имеющая многовековую историю развития, и *теория гиперслучайных явлений*, разрабатываемая в последние десятилетия. В разные периоды времени эти теории понимались и трактовались по-разному.

Цель настоящего сообщения – рассказать об эволюции представлений об этих теориях.

2. Теория вероятностей

Теория вероятностей первоначально создавалась в интересах описания *феномена статистической устойчивости* и рассматривалась как *физическая дисциплина*. Так воспринимал ее, например, Д. Гильберт, когда формулировал в 1900 г. на II Международном конгрессе математиков наиболее важные, по его мнению, проблемы, «исследование которых может значительно стимулировать дальнейшее развитие науки» [1]. В качестве шестой проблемы им было названо «Математическое изложение аксиом физики». Раздел, посвященный проблеме аксиоматизации, он начал со слов: «С исследованиями по основаниям геометрии близко связана задача об аксиоматическом построении по этому же образцу тех физических дисциплин, в которых уже теперь математика играет выдающуюся роль: это в первую очередь теория вероятностей и механика».

На начало XX века *объектом исследования* теории вероятности как физической, а точнее, как *физико-математической*, дисциплины считался феномен статистической устойчивости, а в качестве *предмета исследования* – способы его описание с помощью «случайных моделей». Кавычки поставлены здесь для подчеркивания того, что на тот момент времени понятие случайности еще не было формализовано. Поэтому, под словами «случайные модели» понимались математические модели, зависящие от расплывчатого понятия «случая».

На призыв Д. Гильберта откликнулись многие ученые, предлагавшие различные варианты аксиоматизации теории вероятностей. Один из таких вариантов, предложенный А.Н. Колмогоровым в 1929 г., нашел всеобщее признание и распространение. Он стал настолько популярным, что был возведен даже в ранг международного стандарта [2] и в настоящее время считается классическим.

По мере развития теории вероятностей под влиянием идей А.Н. Колмогорова физическая сущность теории вероятностей постепенно начала отходить на задний план, уступая место математике. В комментарии к шестой проблеме Б.В. Гнеденко писал [1]: «… для Гильберта теория вероятностей является главой физики, в которой математические методы играют выдающуюся роль. Сейчас эта точка зрения уже не имеет такого распространения, которым она пользовалась на рубеже двух столетий, поскольку с тех пор достаточно определенно выявилось собственно математическое содержание теории вероятностей. Теперь уже не вызывает сомнения то, что созданные в ней понятия и методы исследования, а также полученные результаты имеют общенаучное значение, далеко выходящее за пределы физики и даже всего естествознания».

Смещение акцента в сторону математики представляется вполне естественным, поскольку аксиоматический подход А.Н. Колмогорова не связан с физикой реального мира, в частности с феноменом статистической устойчивости. В этом подходе физические понятия вообще не фигурируют. Теория вероятностей базируется на абстрактных математических понятиях: пространстве элементарных событий Ω, борелевской σ-алгебре $\Im$, вероятностной мере P, определяющих *вероятностное пространство* $(\Omega, \Im, P)$, и на четырех математических аксиомах:

1) для любого события $A \in \Im$ вероятность $P(A) \geq 0$,

2) вероятность $P(\Omega) = 1$,

3) для *конечного числа* попарно несовместных событий $A_1, A_2, \ldots, A_N$ вероятность объединения событий равна сумме вероятностей и

4) для *бесконечного числа* попарно несовместных событий $A_1, A_2, \ldots$ вероятность объединения событий равна сумме вероятностей (*аксиома счетной аддитивности*).

При таком варианте аксиоматизации теория вероятностей имеет дело *не с реальными физическими объектами*, а с их *абстрактными математическими моделями – случайными событиями, величинами и функциями*. Под *случайным явлением* (*моделью*) в данном случае понимается любое событие, величина или функция (процесс или поле), имеющее *вероятностную меру*. *Явления, не имеющие вероятностной меры, случайными не считаются*.

В качестве *объекта исследования* аксиоматизированной теории вероятностей выступает *абстрактное вероятностное пространство*, а в качестве *предмета исследования – связи между абстрактными случайными моделями* (табл. 1).

Таблица 1. Интерпретации теории вероятностей и теории гиперслучайных явлений

	Математическая точка зрения	**Физико-математическая точка зрения**
Теория вероятностей	*Объект исследования –* вероятностное пространство. *Предмет исследования –* связи между случайными моделями	*Объект исследования –* массовые явления (феномен статистической устойчивости) или одиночные многозначные явления. *Предмет исследования –* способы описания массовых явлений или одиночных многозначных явлений случайными моделями
Теория гиперслучайных явлений	*Объект исследования –* множество вероятностных пространств. *Предмет исследования –* связи между гиперслучайными моделями	*Объект исследования –* массовые явления (феномен статистической устойчивости) или одиночные многозначные явления. *Предмет исследования –* способы описания массовых явлений или одиночных многозначных явлений гиперслучайными моделями

В рамках *физико-математической теории вероятностей, описывающей реальные массовые явления, связь с физикой, а конкретнее с феноменом статистической устойчивости,* обеспечивают две *физические гипотезы адекватности: гипотеза идеальной статистической устойчивости*, признающая *сходимость статистик*, в частности *относительной частоты любого события* к некоторой постоянной величине, трактуемой *в физике и прикладных разделах теории вероятностей* как *вероятность* [3, 4], и *гипотеза адекватного писания реальных физических явлений случайными моделями.*

Объектом исследования такой *физико-математической теории вероятностей* является *феномен статистической устойчивости в идеализированных условиях*, а *предметом исследования – способы его описание случайными моделями* (табл. 1).

Обратим внимание на две особенности *математической теории вероятностей*. Во-первых*, она не занимается* изучением физических свойств феномена статистической устойчивости. Во-вторых, случайные модели этой теории описывают *не только* идеализированный феномен статистической устойчивости, но еще и существенно более широкий круг *физических явлений*, представляемых *одиночными* (*детерминированными*) *многозначными моделями с мерой* (т.е. *однозначными функциями распределения*). Б.В. Гнеденко, говоря об общенаучном значении теории вероятностей, возможно, имел в виду это обстоятельство, хотя прямого указания на то, что это действительно так, найти не удалась. Этот второй вариант *физической интерпретации аксиоматизированной теории вероятностей* порождает *физико-математическую теорию*, отличную от физико-математической теории вероятностей, описывающей массовые явления (табл. 1). *Объектом исследования* этой *физико-математической теории* являются *одиночные многозначные явления*, а *предметом исследования* – способы их описания *случайными моделями.*

3. Теория гиперслучайных явлений

Исследования множества реальных процессов на больших интервалах наблюдения показали [3, 4], что гипотеза идеальной статистической устойчивости *не находят экспериментального подтверждения*. В реальной жизни имеет место *ограниченная статистическая устойчивость*. При относительно небольших объемах выборки увеличение количества отсчетов приводит к уменьшению флуктуации статистик. Но при больших объемах выборки эта тенденция не наблюдается: достигнув определенного значения, уровень флуктуаций практически не изменяется или даже растет.

В интересах изучения физических свойств феномена статистической устойчивости и описания *массовых физических явлений с учетом нарушения сходимости* на рубеже текущего столетия была разработана *физико-математическая теория гиперслучайных явлений* [3, 4].

В *математической части* этой теории в качестве аксиоматической основы сохранены все четыре математические аксиомы теории вероятностей, а базовое понятие – *гиперслучайное событие* – задается с помощью множества вероятностных пространств, представляемого тетрадой $(\Omega, \Im, G, P_g)$, где Ω – пространство элементарных событий, $\Im$ – борелевская σ-алгебра, P_g – вероятностная мера в условиях $g \in G$. *Гиперслучайное явление* (событие, величина, функция) рассматривается как множество *случайных явлений* (событий, величин, функций), зависящих от условий g. Для каждого g-го случайного явления определена вероятностная мера, но для условий g мера *не определена*.

Объектом исследования математической части теории гиперслучайных явлений является *множество вероятностных пространств*, а *предметом исследования – связи между гиперслучайными моделями* (табл. 1).

В теории гиперслучайных явлений для описания реальных массовых физических явлений с учетом нарушений статистической устойчивости вместо гипотез адекватности теории вероятностей используются другие гипотезы адекватности: *гипотеза ограниченной статистической устойчивости* и *гипотеза адекватного описания реальных физических явлений гиперслучайными моделями*.

В результате *объектом исследования физико-математической теории гиперслучайных явлений*, *описывающей массовые явления*, является феномен статистической устойчивости, а *предметом исследования* – способы его описания *гиперслучайными моделями* (табл. 1).

Исследования показали, что *математическая часть теории гиперслучайных явлений* описывает не только *массовые физические явления* с учетом нарушений сходимости, но и *физические явления*, представляемые *одиночными многозначными моделями с множеством мер* (т.е. *многозначными* (*в общем* случае) *функциями распределения*).

Этот второй вариант *физической интерпретации математической части теории гиперслучайных явлений* порождает *физико-математическую теорию*, *объектом* исследования которой являются *одиночные многозначные явления*, а *предметом исследования* – способы их описания *гиперслучайными моделями.*

4. Выводы

1. До начала XX века теория вероятностей считалась *физической дисциплиной*, *объектом исследования* которой является *физический феномен статистической устойчивости массовых явлений*, а *предметом исследования* – способы его описание с помощью неформализованных «случайных моделей».

2. А.Н. Колмогоровым был предложен вариант аксиоматизации теории вероятностей, превративший ее в *математическую теорию, объектом исследования* которой является *вероятностное пространство*, а *предметом исследования – связи между абстрактными случайными моделями*.

3. Обращено внимание, что возможны *две физические интерпретации математической теории вероятностей*, превращающие ее в *физико-математические теории*. *Объектом исследования* одной из них является *феномен статистической устойчивости*, а *предметом исследования – способы его описание случайными моделями; объектом исследования* другой теории оказываются *одиночные многозначные явления*, а *предметом исследования – способы их описания случайными моделями.*

4. Исследования реальных процессов на больших интервалах наблюдения показали, что гипотеза идеальной статистической устойчивости, лежащие в основе *теории вероятностей, описывающей массовые явления*, *не находят экспериментального подтверждения*.

5. Поиск путей учета нарушений статистической устойчивости привел к формированию *физико-математической теории* гиперслучайных явлений.

6. Математическая часть теории гиперслучайных явлений представляет собой *математическую теорию*, объектом исследования которой является *множество вероятностных пространств*, а *предметом исследования – связи между гиперслучайными моделями*.

7. Установлено, что возможны *две физические интерпретации* математической части теории гиперслучайных явлений, превращающие ее в *физико-математические теории*. *Объектом исследования* одной из них является *феномен статистической устойчивости*, а *предметом исследования – способы его описание гиперслучайными моделями; объектом исследования* другой теории оказываются *одиночные многозначные явления*, а *предметом исследования – способы их описания гиперслучайными моделями.*

Список литературы

1. Проблемы Гильберта / Сб. под общ. ред. П.С. Александрова. - М.: Наука, 1969. - 238 с.

2. International standard ISO 3534-1:2006 (E/F). Statistics. Vocabulary and symbols. Part I: General statistical terms and terms used in probability. - 2006. - 105 p.

3. Горбань И.И. Феномен статистической устойчивости [Электронный режим] / Горбань И.И. – К.: Наукова думка, 2014. – 444 с. – Режим доступа: http://www.immsp.kiev.ua/perspages/gorban_i_i/Pubications/9_.pdf.

4. Gorban I.I. The statistical stability phenomenon / Gorban I.I. – Springer, 2017. – 362 p.

5. Горбань И.И. Многозначные детерминированные величины и процессы случайного и гиперслучайного типов / И.И. Горбань // Математичні машини і системи. – 2017. – № 1. – С. 3 – 24.